Universidad Loyola Andalucía – `Primer Parcial. Temas 1 y 2`

Titulación: ______________________

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero** Fecha: **16/06/2025**

Apellidos: ______________________ Nombre: ______________

INSTRUCCIONES

- En este examen solo está permitido el uso de calculadora básica.
- Cada ejercicio requiere una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. ⟨3 puntos⟩ La Escuela Náutica VelaFácil y el Club RegataPlus ofrecen cada año horas de entrenamiento en vela. En VelaFácil, las horas de entrenamiento aumentan un 2'5% anual, mientras quee en RegataPlus las horas de entrenamiento aumentan de forma lineal en 80 h cada año. Sabiendo que el primer año ambos imparten 2000 h de entrenamiento. Se pide:

(a) Expresar, en función de t, el total de horas de entrenamiento acumulado ese año, es decir, la suma de las horas que ofrecen ambos clubes en el año t.

(b) Decidir cuál de los dos clubes tendrá, a muy largo plazo, menor número de horas de entrenamiento anuales. Justifique su respuesta.

(c) Calcular cuántos años han de pasar para que las horas de entrenamiento de cada club hayan aumentado un 20% sobre las horas iniciales.

Ejercicio 2. ⟨2 puntos⟩ Halle los valores de los parámetros a y b para que la siguiente función sea continua en $\mathbb{R}$:

$$g(x) = \begin{cases} e^{-x} - a & x \leq 0 \\ x^3 + \dfrac{b}{x^2+1} & 0 < x < 1 \\ 3\sqrt[3]{x} - 1 & 1 \leq x. \end{cases}$$

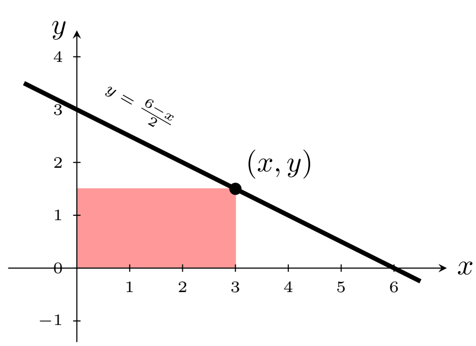
Ejercicio 3. ⟨3 puntos⟩ Dada la función $f(x) = \sqrt[3]{x^2-1} - x + 1$. Determine:

(a) La función lineal que aproxima a la función $f(x)$ en el punto $x = 3$.

(b) Use la aproximación lineal obtenida para calcular el valor aproximado de la función $f(x)$ en el punto $x = 2$.

(c) Sabiendo que $\sqrt[3]{3} \approx 1'442$. Calcule el error cometido en la aproximación.

Ejercicio 4. ⟨2 puntos⟩ Un rectángulo está cortado por los ejes x e y y la gráfica de $y = (6-x)/2$ ¿Qué longitud y ancho debe tener el rectángulo para que su área sea un máximo?



Universidad Loyola Andalucía – `Segundo Parcial`

Titulación: ______________________________

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero** Fecha: **16/06/2025**

Apellidos: ______________________________	Nombre: ____________________

INSTRUCCIONES

- En este examen solo está permitido el uso de calculadora básica.
- Cada ejercicio requiere una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. $\langle$2 puntos$\rangle$ Calcule las derivadas parciales de primer orden de la función:

$$f(x,y) = (x + \log y)x^3 + (1+x)e^{xy} - \frac{1}{x+y^2}.$$

Ejercicio 2. $\langle$2 puntos$\rangle$ Considere la función $D(x,y) = 4x^{-1/4}y^{5/4}$. Se pide:

(a) Calcule las derivadas parciales de primer orden de la función.

(b) Justifique si la función es creciente o decreciente con respecto a la variable y cuando la variable x se mantiene constante.

(c) Halle el valor de las derivadas parciales de segundo orden: $\dfrac{\partial^2 D}{\partial x^2}, \dfrac{\partial^2 D}{\partial y^2}$.

Ejercicio 3. $\langle$2 puntos$\rangle$ Un servicio web gestiona la cantidad de usuarios concurrentes según dos factores de infraestructura: El ancho de banda disponible, B (en Gbps) y el número de servidores desplegados, S (en unidades). Se modela la “población” de usuarios concurrentes $U(B,S)$ (en miles de usuarios) mediante la función:

$$U(B,S) = (\sqrt{B} + S^3)^2.$$

Asimismo, se estima que transcurridos t días el ancho de banda disponible es $B(t) = 4\sqrt{t} + \frac{t}{4}$ (en Gbps) y el número de servidores desplegados es $S(t) = e^{4-t} + \frac{4}{t}$ (en unidades). ¿ Cuál será la tasa de cambio de la población de usuarios con respecto al tiempo en $t = 4$ días?. Determinar si, pasados 4 días, la población de usuarios concurrentes está creciendo o decreciendo

Ejercicio 4. $\langle$2 puntos$\rangle$ Dada la función $f(x,y) = \sqrt[3]{y-1} + e^{-x}$.

(a) Determine el vector gradiente de la función $f(x,y)$ en (x,y).

(b) Halle la derivada direccional de $f(x,y)$ en el punto $(0,0)$ según la dirección dada por el vector unitario $\vec{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Ejercicio 5. $\langle 2$ puntos$\rangle$ Una empresa fabrica dos productos: Aktiv y Brav3. Los programas de ventas experimentales han demostrado que, para un precio p por unidad de Aktiv, el número de artículos x que se venderán está dado por

$$x = 12 - \frac{p}{3}.$$

Mientras que, para un precio q por unidad de Brav3, el número y de artículos de Brav3 que se venderán es de

$$y = 8 - \frac{q}{5}.$$

Si los costes de producción de x unidades de Aktiv e y unidades de Brav3 son $C(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$, se pide:

(a) Número de unidades de cada producto que hay que vender para que el beneficio sea máximo.

(b) Halle el beneficio máximo.

Universidad Loyola Andalucía – `Tercer Parcial`

Titulación: ______________________________

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero** Fecha: **16/06/2025**

Apellidos:______________________________ Nombre:____________________

INSTRUCCIONES

- En este examen solo está permitido el uso de calculadora básica.
- Cada ejercicio requiere una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. $\langle 5$ puntos$\rangle$ El beneficio marginal que se obtiene al vender x unidades de un determinado servicio digital está dado por la función:

$$12\sqrt[3]{x} - \frac{3}{(x+1)^3}$$

Calcule la función de beneficio que se obtiene sabiendo que si se venden 8 unidades hay unas ganacias de 144 unidades monetarias.
Información: El beneficio marginal es la derivada del beneficio.

Ejercicio 2. $\langle 5$ puntos$\rangle$ En una empresa de distribución de fruta, el precio por kilogramo de manzanas sigue la función:

$$P(t) = 4\sqrt{t} + \frac{2t}{t^2+1} + 8 \quad \text{euros/kg}$$

donde t representa el número de semanas desde el inicio de la temporada. ¿Cuál fue el precio medio por kilogramo durante las 9 primeras semanas?