



Titulación: _____

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero**

Fecha: **13/05/2025**

Apellidos: _____ Nombre: _____

INSTRUCCIONES

- En este examen no está permitido el uso de calculadora.
- Cada ejercicio requiere de una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Ejercicios distintos deben realizarse en hojas distintas.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. (1'5 puntos) Consideremos la función $f(x, y) = 3x^{-1/3}y^{2/3}$. Se pide:

- Halle el valor de $\frac{\partial f}{\partial x}(125, 64)$.
- Justifique si la función $z = f(x, y)$ es creciente o decreciente con respecto a y cuando la variable x permanece constante.
- ¿Se duplica $z = f(x, y)$ si las variables x e y se duplican? Justifique su respuesta.
- Halle el valor de la variable x para que el punto $(x, 27)$ pertenezca a la curva de nivel $z = 300$.

Ejercicio 2. (1 punto) Calcule las derivadas parciales de primer orden $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ de las siguientes funciones:

(a) $f(x, y) = y \operatorname{sen}(y) + (3x + y)^{1/2}$, (b) $f(x, y) = y3^{y^2} - x$.

Ejercicio 3. (1 punto) Dada la función $f(x, y) = \log(x^2 - y^2) - 4x^2 - 4y^2$. Calcule y simplifique el valor de la expresión:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Ejercicio 4. (1'5 puntos) En un ecosistema, hay dos especies de animales, la especie Saltimbanqui y la especie Risueña. La población de la especie Saltimbanqui se ve afectada por la disponibilidad de alimento (F) y la cantidad de refugios (R) en su hábitat. Se sabe que la población de esa especie (Saltimbanqui) viene dada por

$$P_S(F, R) = 200 - 20F^{1/2} + R^2 \quad \text{individuos/mes.}$$

Se estima que, dentro de t meses, la disponibilidad de alimento será $F = 2\sqrt{t} - 1$ (en Kg) y la cantidad de refugios será $R = 2 - \frac{2}{t}$ (en unidades). ¿Cuál será la tasa de cambio de la población P_S con respecto al tiempo dentro de 4 meses? Emplee la regla de la cadena y exprese el resultado como una fracción.

Ejercicio 5. (1 punto) Dada la función $f(x, y) = ye^{y^2-x}$.

- (a) Determine el vector gradiente de la función $f(x, y)$ en (x, y) .
- (b) ¿Existe algún punto (x, y) en el que el gradiente de $f(x, y)$ sea $(0, 0)$?
- (c) Halle la derivada direccional de $f(x, y)$ en el punto $(1, 0)$ según la dirección dada por el vector unitario $\vec{v} = \left(\frac{-1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Ejercicio 6. (1 punto) Calcule el único punto crítico de la función: $f(x, y) = 2x^2 + 4xy + 4y^2 + 2x - 5$. Determine si se trata de un máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla.

Ejercicio 7. (1'5 puntos) Un entrenador de fútbol planea dos tipos de ejercicios para mejorar el rendimiento de sus jugadores durante los entrenamientos. El primer ejercicio se centra en la precisión de los pases y el segundo en la puntería en el tiro. Si se realizan x repeticiones del ejercicio de pases e y repeticiones del ejercicio de tiros, se ha observado que la eficacia en la precisión de los pases se comporta según la función: $E_1 = 9 - x$, y la eficacia en la puntería en el tiro según $E_2 = 18 - 2y$.

Sabiendo que el realizar estos ejercicios genera un rendimiento en los jugadores, que viene dado por la función:

$$R(x, y) = 4x^2 + 8x + y^2 + 29.$$

Determine las cantidades x e y de modo que se minimice el nivel de desgaste y estrés $N(x, y)$, que es la diferencia entre el rendimiento y la eficacia, de sus jugadores. Halle dicho nivel mínimo.

Ejercicio 8. (1'5 puntos) Una empresa fabrica dos tipos de mochilas. El coste promedio de producir una mochila del primer tipo es de 15 u.m. y de 8 u.m. para el segundo tipo. Las cantidades de mochilas que pueden venderse están dadas por las funciones de demanda conjuntas $x = 420 - 20p$, $y = 20 + 10p - 5q$, donde p y q son los precios de venta de cada tipo de mochila. Se pide:

- (a) Determinar los precios de venta para maximizar el beneficio.
- (b) Calcular el beneficio máximo obtenido.



Titulación: _____

Asignatura: **Cálculo/Matemáticas II**

Curso: **primero**

Fecha: **28/04/2025**

Apellidos: _____ Nombre: _____

INSTRUCCIONES

- En este examen no está permitido el uso de calculadora.
- Cada ejercicio requiere de una breve explicación indicando el método empleado y parte del desarrollo realizado.
- Cada hoja entregada debe contener tu nombre completo en la parte superior de la misma.

Ejercicio 1. (1'5 puntos) Un club deportivo tiene un coste que depende de la duración del contrato en meses:

- Para contratos de 1 a 6 meses, el coste es de 40 euros por mes más una cuota inicial de inscripción de 50 euros.
- Para contratos superiores a 6 meses y hasta los 12 meses, el coste es de 30 euros por mes, más una cuota inicial de inscripción de 40 euros.
- Para contratos de más de 12 meses, el coste es de 20 euros por mes, sin cuota inicial.

Expresé el coste C del gimnasio como una función de la duración del contrato t en meses

Ejercicio 2. (1 punto) Halle los valores de las constantes a y b para que la siguiente función sea continua en todo \mathbb{R} :

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } x \leq 0 \\ x - b, & \text{si } 0 < x \leq 2 \\ \frac{x + a}{x^2 + b}, & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

Ejercicio 3. (2 puntos) El ingreso total mensual de un fabricante es

$$R(x) = 2\sqrt{x} + \frac{x}{x+2} \quad \text{euros}$$

cuando se producen x unidades durante el mes. En la actualidad, el fabricante produce 400 unidades al mes y planea disminuir la producción mensual en 1'5 unidades. Aplique la **aproximación con la diferencial** para calcular el cambio del ingreso total mensual como resultado de esta disminución.

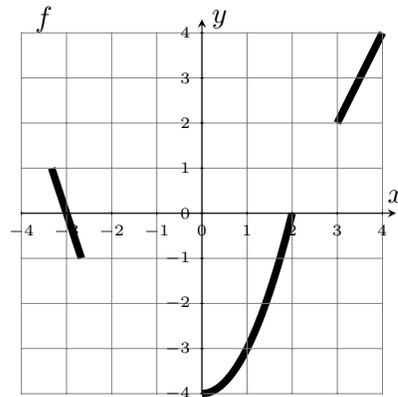
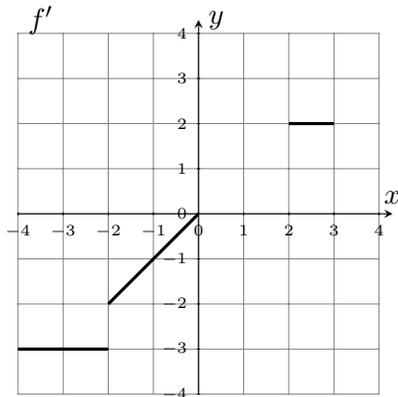
Ejercicio 4. (1'5 puntos) Empleando optimización encuentre la pareja de enteros cuya diferencia sea 100 y su producto sea mínimo. Justifique su respuesta

Ejercicio 5. (1'5 puntos) Halle los valores de α y β para que la gráfica de la función $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta$ pase por el punto $(1, 2)$ y la recta tangente a la curva en dicho punto sea $x + y = 3$.

Ejercicio 6. (1 punto) Calcule las siguientes derivadas:

$$a) y = x^{-x}, \quad b) y = \log\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}}\right).$$

Ejercicio 7. (1'5 puntos) Dada cierta función $y = f(x)$, se nos proporcionan parcialmente las gráficas de f' y de f en la primera y segunda rejilla respectivamente:



- Complete ambas gráficas para que la función sea lo más continua posible.
- Justifique si puede $y = f(x)$ ser discontinua en $x = 2$.